

OPERACIONES CON POLINOMIOS

universodenumeros.wikispaces.com

OPERACIONES CON POLINOMIOS

Suma de polinomios

Para sumar dos polinomios se suman los coeficientes de los términos del mismo grado.

$$P(x) = 2x^3 + 5x - 3 \quad Q(x) = 4x - 3x^2 + 2x^3$$

1. Ordenamos los polinomios, si no lo están.

$$Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x$$

$$P(x) + Q(x) = (2x^3 + 5x - 3) + (2x^3 - 3x^2 + 4x)$$

2. Agrupamos los monomios del mismo grado.

$$P(x) + Q(x) = 2x^3 + 2x^3 - 3x^2 + 5x + 4x - 3$$

3. Sumamos los monomios semejantes.

$$P(x) + Q(x) = 4x^3 - 3x^2 + 9x - 3$$

Resta de polinomios

La resta de polinomios consiste en sumar el opuesto del sustraendo.

$$P(x) - Q(x) = (2x^3 + 5x - 3) - (2x^3 - 3x^2 + 4x)$$

$$P(x) - Q(x) = 2x^3 + 5x - 3 - 2x^3 + 3x^2 - 4x$$

$$P(x) - Q(x) = 2x^3 - 2x^3 + 3x^2 + 5x - 4x - 3$$

$$P(x) - Q(x) = 3x^2 + x - 3$$

Multiplicación de polinomios

Multiplicación de un número por un polinomio

Es otro polinomio que tiene de grado el mismo del polinomio y

como coeficientes el producto de los coeficientes del polinomio por el número.

$$3 \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x - 2) = 6x^3 - 9x^2 + 12x - 6$$

Multiplicación de un monomio por un polinomio

Se multiplica el monomio por todos y cada uno de los monomios que forman el polinomio.

$$3x^2 \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x - 2) = 6x^5 - 9x^4 + 12x^3 - 6x^2$$

Multiplicación de polinomios

$$P(x) = 2x^2 - 3 \quad Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x$$

Se multiplica cada monomio del primer polinomio por todos los elementos segundo polinomio.

$$\begin{aligned} P(x) \cdot Q(x) &= (2x^2 - 3) \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x) = \\ &= 4x^5 - 6x^4 + 8x^3 - 6x^3 + 9x^2 - 12x = \end{aligned}$$

Se suman los monomios del mismo grado.

$$= 4x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 12x$$

Se obtiene otro polinomio cuyo grado es la suma de los grados de los polinomios que se multiplican.

También podemos **multiplicar polinomios** de siguiente modo:

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 + 4x \\ \underline{2x^2 - 3} \\ -6x^3 + 9x^2 - 12x \\ \underline{4x^5 - 6x^4 + 8x^3} \\ 4x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 12x \end{array}$$

División de polinomios

Resolver la división de polinomios:

$$P(x) = x^5 + 2x^3 - x - 8 \qquad Q(x) = x^2 - 2x + 1$$

$$P(x) : Q(x)$$

A la izquierda situamos el dividendo. Si el polinomio **no es completo** dejamos **huecos** en los lugares que correspondan.

$$x^5 + 2x^3 - x - 8 \mid x^2 - 2x + 1$$

A la derecha situamos el divisor dentro de una caja.

Dividimos el primer monomio del dividendo entre el primer monomio del divisor.

$$x^5 : x^2 = x^3$$

Multiplicamos cada término del polinomio divisor por el resultado anterior y lo restamos del polinomio dividendo:

$$\begin{array}{r} x^5 + 2x^3 - x - 8 \\ -x^5 + 2x^4 - x^3 \\ \hline 2x^4 + x^3 - x - 8 \end{array}$$

Volvemos a **dividir** el primer monomio del dividendo entre el primer monomio del divisor. Y el resultado lo multiplicamos por el divisor y lo restamos al dividendo.

$$\begin{array}{r}
 2x^4 : x^2 = 2x^2 \\
 x^5 + 2x^3 \\
 \underline{-x^5 + 2x^4 - x^3} \\
 2x^4 + x^3 \\
 \underline{- 2x^4 + 4x^3 - 2x^2} \\
 5x^3 - 2x^2 - x - 8
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 x^2 - 2x + 1 \\
 \hline
 x^3 + 2x^2
 \end{array}$$

Procedemos igual que antes.

$$\begin{array}{r}
 5x^3 : x^2 = 5x \\
 x^5 + 2x^3 \\
 \underline{-x^5 + 2x^4 - x^3} \\
 2x^4 + x^3 \\
 \underline{- 2x^4 + 4x^3 - 2x^2} \\
 5x^3 - 2x^2 - x - 8 \\
 \underline{-5x^3 + 10x^2 - 5x} \\
 8x^2 - 6x - 8
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 x^2 - 2x + 1 \\
 \hline
 x^3 + 2x^2 + 5x
 \end{array}$$

Volvemos a hacer las mismas operaciones.

$$\begin{array}{r}
 8x^2 : x^2 = 8 \\
 x^5 + 2x^3 \\
 \underline{-x^5 + 2x^4 - x^3} \\
 2x^4 + x^3 \\
 \underline{- 2x^4 + 4x^3 - 2x^2} \\
 5x^3 - 2x^2 - x \\
 \underline{-5x^3 + 10x^2 - 5x} \\
 8x^2 - 6x - 8 \\
 \underline{- 8x^2 + 16x - 8} \\
 10x - 16
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 x^2 - 2x + 1 \\
 \hline
 x^3 + 2x^2 + 5x + 8
 \end{array}$$

10x - 16 es el **resto**, porque su **grado es menor que el del divisor** y por tanto no se puede continuar dividiendo. Se deja entonces indicada la operación del RESTO.

$x^3 + 2x^2 + 5x + 8 + (10x - 16)/(x^2 - 2x + 1)$ es el **cociente**.

División por Ruffini

Si el divisor es un binomio de la forma $x - a$, entonces utilizamos un método más breve para hacer la división, llamado regla de Ruffini.

Resolver por la regla de Ruffini la división:

$$(x^4 - 3x^2 + 2) : (x - 3)$$

1. Si el polinomio no es completo, lo completamos añadiendo los términos que faltan con ceros.
2. Colocamos los coeficientes del dividendo en una línea.
3. Abajo a la izquierda colocamos el opuesto del término independiente del divisor.
4. Trazamos una raya y bajamos el primer coeficiente.

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & -3 & 0 & 2 \\ 3 & & & & & \\ \hline & 1 & & & & \end{array}$$

5. Multiplicamos ese coeficiente por el divisor y lo colocamos debajo del siguiente término.

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & -3 & 0 & 2 \\ 3 & & 3 & & & \\ \hline & 1 & & & & \end{array}$$

6. Sumamos los dos coeficientes.

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & -3 & 0 & 2 \\ 3 & & 3 & & & \\ \hline & 1 & 3 & & & \end{array}$$

7. Repetimos el proceso anterior.

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & -3 & 0 & 2 \\ 3 & & 3 & 9 & & \\ \hline & 1 & 3 & 6 & & \end{array}$$

Volvemos a repetir el proceso.

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & -3 & 0 & 2 \\ 3 & & 3 & 9 & 18 & \\ \hline & 1 & 3 & 6 & 18 & \end{array}$$

Volvemos a repetir.

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & -3 & 0 & 2 \\ 3 & & 3 & 9 & 18 & 54 \\ \hline & 1 & 3 & 6 & 18 & 56 \end{array}$$

8. El último número obtenido, **56**, lo escribimos entre el divisor y es el resto.

9. El cociente es un polinomio de grado inferior en una unidad al dividendo y cuyos coeficientes son los que hemos obtenido.

$$x^3 + 3x^2 + 6x + 18 + 56/(x-3)$$